解答速報

昭和大学医学部（Ⅰ期） 数学

2022年2月4日実施

$\boxed{1}$

i を虚数単位, 複素数 $z=\cos\dfrac{\pi}{9}+i\sin\dfrac{\pi}{9}$ とする。複素数 α は方程式 $2\alpha z^3=(1-t)\alpha+t$ に従う。ただし，t は実数とする。次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。ただし, 答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

t の変化によって描かれる複素数 α の図形は，複素数平面上で $\boxed{(1)}$ を中心とする半径 $\boxed{(2)}$ の円である。ただし，点 $\boxed{(3)}$ を除く。次に，方程式 $\beta=\dfrac{z^6}{\alpha}$ を満たす点 β 全体を考える。β が描く図形と実軸の交点を γ とすると，$\gamma=\boxed{(4)}$ である。また，偏角 $\theta=\arg\left(1-\dfrac{z^6}{\gamma}\right)=\boxed{(5)}$ である。ただし, $-\pi<\theta\leqq\pi$ とする。

解答

$2\alpha z^3=(1-t)\alpha+t$ について

$$2\alpha z^3=(1-t)\alpha+t \iff (1-\alpha)t=2\alpha z^3-\alpha \quad \cdots ①$$

であり，$\alpha=1$ とすると $0=2z^3-1$ となるが，$z^3=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ($\because$ ド・モアブルの定理) より，これは成立しない。したがって，$\alpha\fallingdotseq 1$ なので

$$① \iff t=\frac{2\alpha z^3-\alpha}{1-\alpha}\left(=\frac{\sqrt{3}\,\alpha i}{1-\alpha}\right) \quad \cdots ②$$

t が実数であることより，$t=\overline{t}$ なので

$$\begin{aligned}
② &\iff \frac{\sqrt{3}\,\alpha i}{1-\alpha}=\frac{-\sqrt{3}\,\overline{\alpha}i}{1-\overline{\alpha}}\\
&\iff \frac{\alpha}{1-\alpha}=\frac{-\overline{\alpha}}{1-\overline{\alpha}}\\
&\iff \alpha(1-\overline{\alpha})=-\overline{\alpha}(1-\alpha)\\
&\iff \alpha\overline{\alpha}-\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}\overline{\alpha}=0\\
&\iff \left(\alpha-\frac{1}{2}\right)\left(\overline{\alpha}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\\
&\iff \left|\alpha-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2} \quad \cdots ③
\end{aligned}$$

よって，点 α が描く図形は，中心が点 $\mathbf{\dfrac{1}{2}}$，半径が $\mathbf{\dfrac{1}{2}}$ の円である。ただし，点 $\mathbf{1}$ は除く。

次に，$\beta=\dfrac{z^6}{\alpha}$ について

$$\beta=\frac{z^6}{\alpha}\iff\alpha\beta=z^6\quad\cdots④$$

であり，$\beta=0$ とすると $0=z^6$ となるが，$z^6=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ (∵ ド・モアブルの定理) より，これは成立しない。
したがって，$\beta\neq0$ なので

$$④\iff\alpha=\frac{z^6}{\beta}$$

③に代入して

$$\left|\frac{z^6}{\beta}-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}\iff|2z^6-\beta|=|\beta|\iff|\beta-2z^6|=|\beta|\quad\cdots⑤$$

よって，点 β が描く図形は，原点と点 $2z^6\left(=-1+\sqrt{3}i\right)$ を結ぶ線分の垂直二等分線である。
ここで，⑤において $\beta=\gamma$ (γは実数) とすると

$$\begin{aligned}&|\gamma-(-1+\sqrt{3}i)|=|\gamma|\\\iff&|(\gamma+1)-\sqrt{3}i|^2=|\gamma|^2\\\iff&(\gamma+1)^2+(-\sqrt{3})^2=\gamma^2\quad(\because\ \gamma\text{は実数})\\\iff&\gamma=\mathbf{-2}\end{aligned}$$

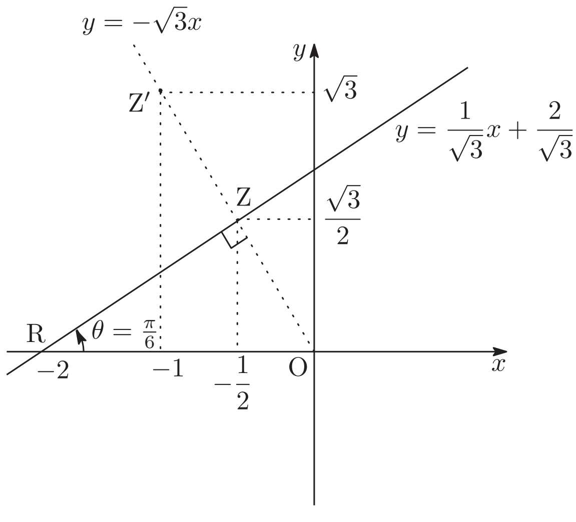
このとき

$$\begin{aligned}1-\frac{z^6}{\gamma}&=1-\frac{-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}{-2}\\&=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

よって

$$\theta=\arg\left(1-\frac{z^6}{\gamma}\right)=\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$$

(参考)　点 β が描く図形は，原点と点 $\mathrm{Z}'(2z^6)$ を結ぶ線分の垂直二等分線だとわかるので，下図の実線部分となる。



したがって，xy 平面上で垂直二等分線の方程式を考えれば，点 $\mathrm{R}(\gamma)$ はすぐに求まる。また，

$$1-\frac{z^6}{\gamma}=\frac{\gamma-z^6}{\gamma}=\frac{z^6-\gamma}{0-\gamma}$$

より，点 $\mathrm{Z}(z^6)$ とすれば，$\theta=\arg\left(1-\dfrac{z^6}{\gamma}\right)$ は動径 RO から動径 RZ に至る回転角となるので，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ であることもすぐにわかる。

$\boxed{2}$

$\triangle$OAB において, OA $= 2$, OB $= \sqrt{5}$, AB $= \sqrt{3}$ とし, $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。次の各問いに答えよ。ただし, 答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

(2) $\triangle$OAB の垂心 H について $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) 線分 OH を延長し線分 AB との交点を D とする。

(a) 線分 AD の長さ ℓ_1 を求めよ。　(b) 線分 OD の長さ ℓ_2 を求めよ。

(4) $\triangle$OAB の外接円の半径 R を求めよ。

(5) $\triangle$OAB の外心 G について $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

解答

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = |\vec{b} - \vec{a}|$ より

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 = |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2 \iff \sqrt{3}^2 = \sqrt{5}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \sqrt{3}^2 \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = \mathbf{3}$$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\vec{a} + t\vec{b}$ ($s,\ t$ は実数) とすると，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$，かつ $\overrightarrow{\mathrm{AH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ より

$$(s\vec{a} + t\vec{b}) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 0,\ \text{かつ}\ \{(s-1)\vec{a} + t\vec{b}\} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\iff (s-1)\vec{a} \cdot \vec{b} - s|\vec{a}|^2 + t|\vec{b}|^2 = 0,\ \text{かつ}\ (s-1)\vec{a} \cdot \vec{b} + t|\vec{b}|^2 = 0$$

$$\iff s - 2t = 0,\ \text{かつ}\ 3s + 5t = 3$$

よって，$s = \dfrac{6}{11}$, $t = \dfrac{3}{11}$ なので

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \boldsymbol{\frac{6}{11}\vec{a} + \frac{3}{11}\vec{b}}$$

(3) $k(>0)$ を実数として，$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = k\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ と書けるので

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{6}{11}k\vec{a} + \frac{3}{11}k\vec{b}$$

点 D は線分 AB 上の点なので，$\dfrac{6}{11}k + \dfrac{3}{11}k = 1 \iff k = \dfrac{11}{9}$ より

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{2 \cdot \vec{a} + 1 \cdot \vec{b}}{1+2}$$

したがって，点 D は線分 AB を $1:2$ に内分する点なので

$$\ell_1 = \mathrm{AD} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

また，$\triangle$OAD において三平方の定理より

$$\ell_2 = \mathrm{OD} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{33}}{3}}$$

(4) $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ のなす角を θ とすると，内積の定義を用いて

$$3 = 2 \cdot \sqrt{5}\cos\theta \iff \cos\theta = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$

$\sin\theta > 0$ に注意すると $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{11}}{2\sqrt{5}}$ となるので，正弦定理より

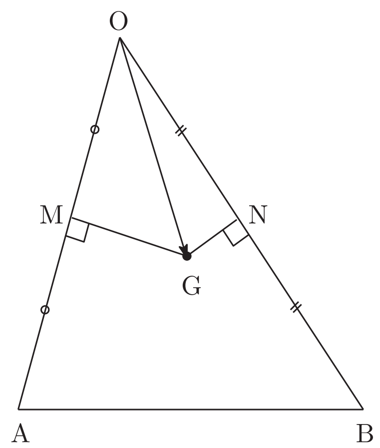
$$2R = \frac{\mathrm{AB}}{\sin\theta} \iff R = \boldsymbol{\frac{\sqrt{165}}{11}}$$

(5) OA，OB の中点をそれぞれ M，N とする。$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = m\overrightarrow{a} + n\overrightarrow{b}$ (m，n は実数) とすると，$\overrightarrow{\mathrm{GM}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，かつ $\overrightarrow{\mathrm{GN}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ より

$$\begin{aligned}
&\left\{\left(\frac{1}{2} - m\right)\overrightarrow{a} - n\overrightarrow{b}\right\} \cdot \overrightarrow{a} = 0,\ \text{かつ} \left\{-m\overrightarrow{a} + \left(\frac{1}{2} - n\right)\overrightarrow{b}\right\} \cdot \overrightarrow{a} = 0 \\
\iff &\left(\frac{1}{2} - m\right)|\overrightarrow{a}|^2 - n\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0,\ \text{かつ} - m\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \left(\frac{1}{2} - n\right)|\overrightarrow{b}|^2 = 0 \\
\iff &4m + 3n = 2,\ \text{かつ}\ 6m + 10n = 5
\end{aligned}$$

よって，$m = \dfrac{5}{22}$，$n = \dfrac{4}{11}$ なので

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \boldsymbol{\frac{5}{22}\overrightarrow{a} + \frac{4}{11}\overrightarrow{b}}$$



$\boxed{3}$

次の各問いに答えよ。ただし, 答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1)　xy 平面上で, 動点 P, Q はそれぞれ点 $(0,\ 0)$, $(1,\ 0)$ を同時に出発し, P は y 軸上を正の向きに 1 の速さで，Q は $x^2+y^2=1$ の周上を反時計まわりに $\dfrac{\pi}{2}$ の速さ (角速度) で動くものとする。P, Q が点 $(0,\ 1)$ に近づくとき, 直線 PQ と直線 $x=-1$ との交点を R とする。

(1-1)　P の座標を $(0,\ t)$ $(0 \leqq t < 1)$ とおくとき, Q, R の座標を t を用いて表せ。

(1-2)　R はどのような点に近づくか。

(2)　$I_n = \displaystyle\int_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}} dx$ について, 次の問いに答えよ。ただし，n は正の整数とする。

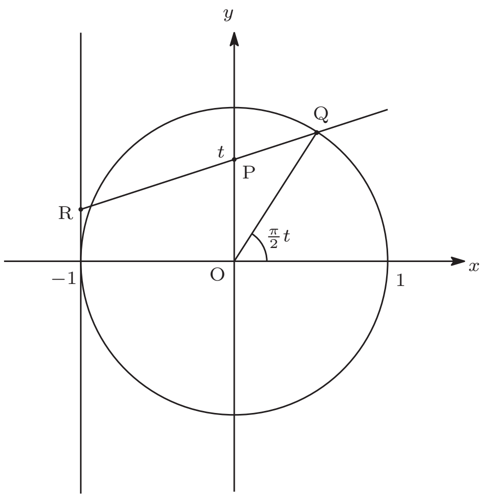
(2-1)　I_1 を求めよ。

(2-2)　I_n と I_{n+2} との間に成り立つ関係を求めよ。

(2-3)　I_5 を求めよ。

解答

(1)(1-1)



点 P が $(0,\ t)$ のとき，Q は角度 $\dfrac{\pi}{2}t$ だけ進んでいるので，

その時の Q の座標は $\boldsymbol{\left(\cos\dfrac{\pi}{2}t,\ \sin\dfrac{\pi}{2}t\right)}$ である。

また，$\mathrm{R}(-1,\ b)$ とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \left(\cos\frac{\pi}{2}t,\ \sin\frac{\pi}{2}t - t\right),\ \overrightarrow{\mathrm{RP}} = (1,\ t-b)$$

であり，3 点 P，Q，R が同一直線上にあるので，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} /\!/ \overrightarrow{\mathrm{RP}}$ であることから

$$(t-b)\cos\frac{\pi}{2}t - 1\cdot\left(\sin\frac{\pi}{2}t - t\right) = 0$$

$$\therefore\ b = \frac{t - \sin\frac{\pi}{2}t + t\cos\frac{\pi}{2}t}{\cos\frac{\pi}{2}t}$$

よって，R の座標は $\boldsymbol{\left(-1,\ \dfrac{t - \sin\frac{\pi}{2}t + t\cos\frac{\pi}{2}t}{\cos\frac{\pi}{2}t}\right)}$

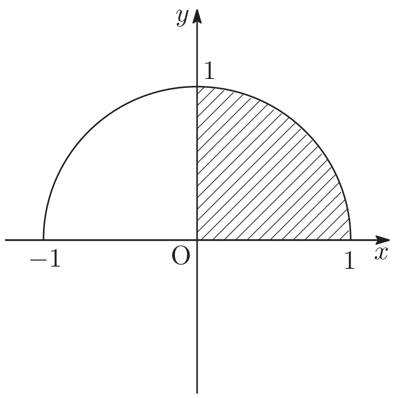
(1-2)　P，Q が $(0,\ 1)$ に近づくとき，$t \to 1-0$ であるから，求めるものは

$$\begin{aligned}
\lim_{t\to 1-0} b &= \lim_{t\to 1-0} \frac{t-\sin\frac{\pi}{2}t + t\cos\frac{\pi}{2}t}{\cos\frac{\pi}{2}t} \\
&= \lim_{\theta\to +0} \frac{1-\theta-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\theta\right)+(1-\theta)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\theta\right)} \qquad \left(1-t=\theta\text{とおいた}\right) \\
&= \lim_{\theta\to +0} \frac{1-\theta-\cos\frac{\pi}{2}\theta+(1-\theta)\sin\frac{\pi}{2}\theta}{\sin\frac{\pi}{2}\theta} \\
&= \lim_{\theta\to +0} \left\{\frac{1-\cos\frac{\pi}{2}\theta}{\sin\frac{\pi}{2}\theta} - \frac{\theta}{\sin\frac{\pi}{2}\theta} + (1-\theta)\right\} \\
&= \lim_{\theta\to +0} \left\{\frac{1-\cos\frac{\pi}{2}\theta}{\left(\frac{\pi}{2}\theta\right)^2}\cdot\frac{\frac{\pi}{2}\theta}{\sin\frac{\pi}{2}\theta}\cdot\frac{\pi}{2}\theta - \frac{\frac{\pi}{2}\theta}{\sin\frac{\pi}{2}\theta}\cdot\frac{2}{\pi} + (1-\theta)\right\} \\
&= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 0 - 1\cdot\frac{2}{\pi} + 1 = \boldsymbol{1-\frac{2}{\pi}}
\end{aligned}$$

(参考)　(1-2) の極限は $\dfrac{0}{0}$ の不定形なのでロピタルの定理を用いてもよい。

$$\begin{aligned}
\lim_{t\to 1-0} &= \lim_{t\to 1-0} \frac{t-\sin\frac{\pi}{2}t + t\cos\frac{\pi}{2}t}{\cos\frac{\pi}{2}t} \\
&= \lim_{t\to 1-0} \frac{(t-\sin\frac{\pi}{2}t + t\cos\frac{\pi}{2}t)'}{(\cos\frac{\pi}{2}t)'} \\
&= \lim_{t\to 1-0} \frac{1-\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}t + 1\cdot\cos\frac{\pi}{2}t + t\cdot\frac{\pi}{2}(-\sin\frac{\pi}{2}t)}{-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}t} \\
&= \frac{1-\frac{\pi}{2}\cdot 0 + 1\cdot 0 + 1\cdot\frac{\pi}{2}\cdot(-1)}{-\frac{\pi}{2}\cdot 1} \\
&= \boldsymbol{1-\frac{2}{\pi}}
\end{aligned}$$

(2)(2-1)　$I_1=\displaystyle\int_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}}dx=\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx$ であり，$y=\sqrt{1-x^2}$ は原点中心で半径 1 の半円を表しているから，I_1 は半径 1 の円の面積の $\dfrac{1}{4}$ 倍である。よって，$I_1=\boldsymbol{\dfrac{\pi}{4}}$ である。



(2-2)　部分積分を考える。

$$\begin{aligned}
I_{n+2} &= \int_0^1 (x)' \left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}+1} dx \\
&= \left[x\left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}+1}\right]_0^1 - \int_0^1 x\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}}(-2x)dx \\
&= (n+2)\int_0^1 x^2\left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}} dx \\
&= (n+2)\int_0^1 \left\{-(1-x^2)+1\right)\left(1-x^2\right\}^{\frac{n}{2}} dx \\
&= (n+2)\left\{-\int_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}+1} dx + \int_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{n}{2}} dx\right\} \\
&= (n+2)\left(-I_{n+2}+I_n\right)
\end{aligned}$$

したがって

$$I_{n+2} = -(n+2)I_{n+2} + (n+2)I_n \iff \boldsymbol{I_{n+2} = \frac{n+2}{n+3} I_n}$$

(2-3)　(2-2) より，

$$\begin{aligned}
I_5 = \frac{5}{6}I_3 &= \frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}I_1 \\
&= \boldsymbol{\frac{5}{32}}\pi \quad \left(\because I_1 = \frac{\pi}{4}\right)
\end{aligned}$$

(参考)　$x=\sin\theta$ と置換すると $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+1}\theta d\theta$ となるので，(2-2) の漸化式は次のように導いてもよい。

$$\begin{aligned}
I_{n+2} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+3}\theta d\theta \\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta)' \cos^{n+2}\theta d\theta \\
&= \left[\sin\theta\cos^{n+2}\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta)(n+2)\cos^{n+1}\theta(-\sin\theta)d\theta \\
&= (n+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos^2\theta)\cos^{n+1}\theta d\theta \\
&= (n+2)\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^{n+1}\theta - \cos^{n+3}\theta)d\theta \\
&= (n+2)(I_n - I_{n+2})
\end{aligned}$$

したがって

$$I_{n+2} = -(n+2)I_{n+2} + (n+2)I_n \iff \boldsymbol{I_{n+2} = \frac{n+2}{n+3} I_n}$$

$\boxed{4}$

次の各問いに答えよ。ただし, 答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) SHOWA という語の 5 文字すべてを並べてできる順列について, 順列の総数を求めよ。

(2) HTTPSSHOWA という語の 10 文字すべてを並べできる順列について, 次の問いに答えよ。
(2-1) 順列の総数を求めよ。
(2-2) SS という並びと TT という並びをともに含む順列は全部でいくつあるか。
(2-3) SHSH という並びを含まない順列は全部でいくつあるか。
(2-4) ST という並びまたは TS という並びの少なくとも一方を含む順列は全部でいくつあるか。

解答

(1) SHOWA の 5 文字の順列は

$$5! = \mathbf{120} \text{ 通り}$$

(2)(2-1) HTTPSSHOWA の 10 文字の順列は,
(H，T，S がそれぞれ 2 つずつあることに注意して)

$$\frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \mathbf{453600} \text{ 通り}$$

(2-2) SS と TT の並びをともに含む順列は,
SS をまとめて X，TT をまとめて Y として，
XYHPHOWA を並べれば作れるので

$$\frac{8!}{2!} = \mathbf{20160} \text{ 通り}$$

(2-3) 余事象を考える。STST という並びを含む順列は,
STST をまとめて Z として,
ZPHOWA を並べれば作れるので,

$$\frac{7!}{2!} \text{ 通りある。}$$

よって，STST を含まない順列は

$$453600 - \frac{7!}{2!} = \mathbf{451080} \text{ 通り}$$

(2-4) 余事象を考える。
余事象は「ST という並びも TS という並びも含まない」という事象,
すなわち「S と T が隣り合わない」という事象である。

これを満たす順列は

(ｉ) S，S，T，T はどれも隣り合わないもの
(ii) SS，T，T の 3 つが隣り合わないもの
(iii) S，S，TT の 3 つが隣り合わないもの
(iv) SS，TT の 2 つが隣り合わないもの
のいずれかの場合である。

(ｉ) の順列は
まず HPHOWA の 6 文字を並べて $\left(\frac{6!}{2!} = 360 \text{ 通り}\right)$,

その両端または隙間の 7 カ所から 4 カ所選んで $\left({}_7\mathrm{C}_4 = 35\text{ 通り}\right)$，
その選ばれた場所に S，S，T，T を並べる $\left(\dfrac{4!}{2!\cdot 2!} = 6\text{ 通り}\right)$
と作れるから

$$360 \times 35 \times 6 \text{ 通りある。}$$

(ii) の順列は
まず HPHOWA の 6 文字を並べて $\left(\dfrac{6!}{2!} = 360\text{ 通り}\right)$，
その両端または隙間の 7 カ所から 3 カ所選んで $\left({}_7\mathrm{C}_4 = 35\text{ 通り}\right)$，
その選ばれた場所に SS，T，T を並べる $\big(3\text{ 通り}\big)$
と作れるから

$$360 \times 35 \times 3 \text{ 通りある。}$$

(iii) の順列は
(ii) と同様に $360 \times 35 \times 3$ 通りある。

(iv) の順列は
まず HPHOWA の 6 文字を並べて $\left(\dfrac{6!}{2!} = 360\text{ 通り}\right)$，
その両端または隙間の 7 カ所から 2 カ所選んで $\left({}_7\mathrm{C}_2 = 21\text{ 通り}\right)$，
その選ばれた場所に SS，TT を並べる $\big(2\text{ 通り}\big)$
と作れるから

$$360 \times 21 \times 2 \text{ 通りある。}$$

(i)〜(iv) は排反であるから，ST という並びも TS という並びも含まない順列は

$$360 \times 35 \times 6 + (360 \times 35 \times 3) \times 2 + 360 \times 21 \times 2 = 360(210 + 210 + 42) = 166320 \text{ 通り}$$

よって，ST という並びまたは TS という並びを少なくとも一方を含む順列は

$$453600 - 166320 = \mathbf{287280} \text{ 通り}$$

講評

$\boxed{1}$［複素数平面］(標準)

複素数平面における点の軌跡に関する問題である。軌跡を求める手法としてはよくある手法であるものの，苦手意識をもつ受験生が多い分野でもあるので，完答できた受験生もそう多くないのではないだろうか。逆にここで点を稼げれば他の受験生に大きく差をつけられる可能性はある。

$\boxed{2}$［平面ベクトル］（標準）

どれも典型的な平面ベクトルと図形に関する問題である。(5) はオイラー線の知識があると簡単に解けるだろう。なお，2021 年度Ⅱ期に同テーマの問題が出題されており（YMS の HP などで）確認していた受験生は有利だっただろう。

$\boxed{3}$［図形と方程式，関数の極限］（標準）

(1) は三角関数，直線の方程式の基本なので落とせない。後半の極限は，基本となる極限公式に持ち込むというよくあるものだが，見た目が厳ついので敬遠した受験生もいたのではないか。なお，ロピタルの定理を使用すると難なく答えは出せる。(2) 定積分と漸化式に関する典型問題である。定石通り部分積分すれば漸化式を作ることができる。先が見える問題なので，丁寧に計算したい。

$\boxed{4}$［場合の数］（やや易）

同じ文字を含む順列の問題。(1)，(2-1) 初歩的な問題。(2-2)(2-3) 隣り合うものはまとめる，余事象を利用するなど，基本的な内容なので，ここまでは落とせない。(2-4) についても，隣り合わないものは隙間に入れる，という典型手法で解けるが，数値が大きいため，試験時間を考えて後回しにした受験生もいたと考えられる。

全体的に取り組みやすいセットであったが，このような問題は差がつきやすい。入試における基本手法を多く含むセットなので，しっかりと復習をして今後の入試に臨んでほしい。一次突破ラインは 60〜65% 程度か。