医学部専門予備校 YMS heart of medicine × 医学部進学予備校 メビオ 医学部専門予備校 英進館メビオ 福岡校

解答速報

昭和大学医学部（Ⅱ期） 数学

2020年3月10日実施

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ．ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ．i は虚数単位とする．

(1) xyz 空間において，原点 O を中心とする半径 1 の球面 $S : x^2+y^2+z^2=1$，および S 上の点 A$(0,\ 0,\ 1)$ を考える．S 上の A と異なる点 P$(x_0,\ y_0,\ z_0)$ に対して，2 点 A，P を通る直線と xy 平面の交点を Q とする．次の問いに答えよ．

(1-1) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ （t は実数）とおくとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ および t を用いて表せ．

(1-2) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の成分表示を x_0，y_0，z_0 を用いて表せ．

(1-3) 球面 S と平面 $x=\dfrac{1}{2}$ の共通部分が表す図形を C とする．点 P が C 上を動くとき，xy 平面における点 Q の軌跡を求めよ．

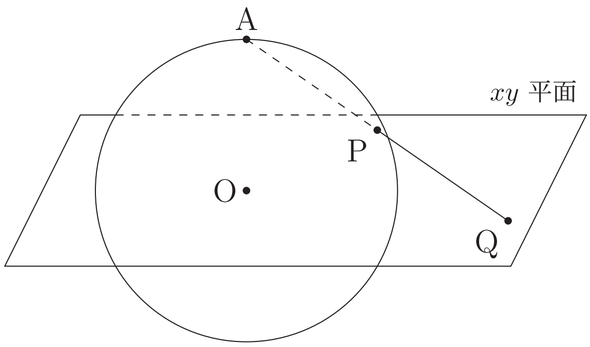
(2) xy 平面において，点 A$(a,\ 0)$ を中心とする半径 r の円を C とする．ただし，$0<r\leqq a$ とする．円 C の周上に，y 座標が正である点 P と，点 E$(a+r,\ 0)$ をとる．さらに，点 P における円 C の接線と y 軸との交点を Q，2 点 E，P を通る直線と y 軸との交点を R，$\angle$AEP を θ とする．このとき，3 点 P，Q，R を頂点とする $\triangle$PQR について，次の問いに答えよ．

(2-1) QP : QR の比を求めよ．また，$\triangle$PQR が正三角形となる場合の θ の値を求めよ．

(2-2) $\triangle$PQR が正三角形となり，さらに頂点の 1 つが原点と一致する場合の，a と r の関係式を求めよ．

解答

(1)



(1-1) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=t\overrightarrow{\mathrm{AP}} \iff \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\boldsymbol{(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OP}}}$.

(1-2) 点 Q を $(x,\ y,\ z)$ とおくとき，(1-1) より

$$\begin{aligned}(x,\ y,\ z)&=(1-t)(0,\ 0,\ 1)+t(x_0,\ y_0,\ z_0)\\&=(tx_0,\ ty_0,\ 1-t+tz_0)\end{aligned}$$

点 Q は xy 平面上の点なので，$z=0$ より，

$$1-(1-z_0)t=0.$$

また，点 P は球面 S 上にあり，A と異なるので $-1\leqq z_0<1$ を満たす．したがって，$t=\dfrac{1}{1-z_0}$.

このとき，$x = tx_0 = \dfrac{x_0}{1-z_0}$，$y = ty_0 = \dfrac{y_0}{1-z_0}$ となるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \left(\boldsymbol{\frac{x_0}{1-z_0},\ \frac{y_0}{1-z_0},\ 0}\right).$$

(1-3)　点 $\mathrm{P}(x_0,\ y_0,\ z_0)$ が円 C を動くとき，次の式を満たす．

$$x_0{}^2 + y_0{}^2 + z_0{}^2 = 1, \quad x_0 = \frac{1}{2}.$$

すなわち，

$$y_0{}^2 + z_0{}^2 = \frac{3}{4}, \quad x_0 = \frac{1}{2}. \quad \cdots\cdots ①$$

ここで，$\mathrm{Q}(x,\ y,\ 0)$ とおくと，(1-2) より，

$$x = \frac{x_0}{1-z_0} = \frac{1}{2(1-z_0)}.$$

明らかに $x \fallingdotseq 0$ であり，

$$1 - z_0 = \frac{1}{2x} \iff z_0 = 1 - \frac{1}{2x}. \quad \cdots\cdots ②$$

同様に

$$y = \frac{y_0}{1-z_0} \iff y_0 = y(1-z_0) = \frac{y}{2x}. \quad \cdots\cdots ③$$

② , ③ を ① に代入すると，

$$\left(\frac{y}{2x}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^2 = \frac{3}{4}.$$

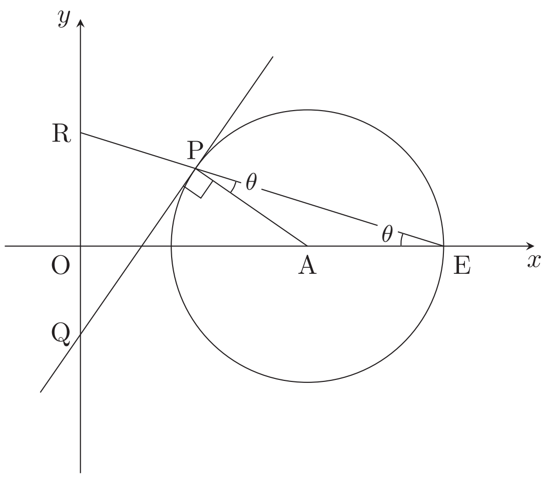
これを整理すると，

$$(x-2)^2 + y^2 = 3$$

したがって，点 Q の軌跡は，円 $\boldsymbol{(x-2)^2 + y^2 = 3}$ $(z=0)$.

注：本問では「xy 平面における軌跡を求めよ」と問われているので，$z=0$ は不問だろう．

(2)



(2-1)　△AEP は二等辺三角形より，$\angle\mathrm{AEP} = \angle\mathrm{APE} = \theta$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とおける．

$\angle\mathrm{APQ} = \dfrac{\pi}{2}$ であるから，

$$\angle\mathrm{QPR} = \pi - (\angle\mathrm{APQ} + \angle\mathrm{APE}) = \frac{\pi}{2} - \theta.$$

また，$\triangle$OER は $\angle \mathrm{EOR} = \dfrac{\pi}{2}$ を満たす直角三角形だから，

$$\angle \mathrm{ORE} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + \angle \mathrm{OER}\right) = \frac{\pi}{2} - \theta.$$

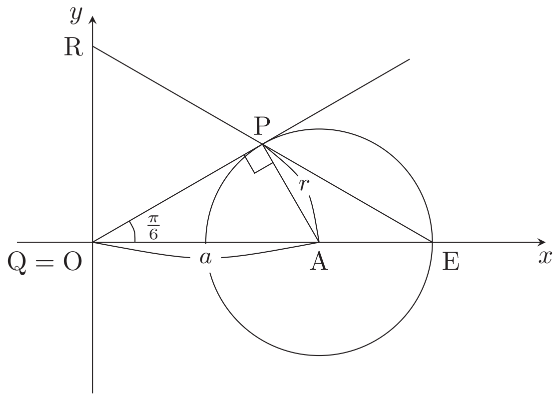
したがって，$\triangle$QPR は QP $=$ QR を満たす二等辺三角形である．ゆえに

$$\mathrm{QP} : \mathrm{QR} = \mathbf{1 : 1}.$$

また，$\triangle$PQR が正三角形となるとき，

$$\angle \mathrm{QPR} = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{3} \Longleftrightarrow \theta = \boldsymbol{\frac{\pi}{6}}.$$

(2-2)　点 P の y 座標は正であるから，点 Q は $y > 0$ を満たす．したがって，条件のように原点と一致する点は，Q に限る．Q $=$ O のとき，図は以下のようになる．



$\triangle$OPA に注目すると，

$$\angle \mathrm{POE} = \frac{\pi}{2} - \angle \mathrm{POR} = \frac{\pi}{6}.$$

であるから，$\angle \mathrm{AOP} = \dfrac{\pi}{6}$，$\angle \mathrm{OAP} = \dfrac{\pi}{3}$，$\angle \mathrm{OPA} = \dfrac{\pi}{2}$ の直角三角形である．

よって，OA $= a$，AP $= r$ より $\boldsymbol{a = 2r}$.

$\boxed{2}$ 次の各問いに答えよ．ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ．

(1) 方程式 $4x^4-8x^3+11x^2-8x+4=0$ を解け．

(2) $x^{2020}+x+1$ を x^2+x+1 で割ったときの余りを求めよ．

(3) 3 次方程式 $x^3-x^2-x-1=0$ の 3 つの解を α，β，γ とする．$\dfrac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)}$，$\dfrac{1}{(\beta-2)(\gamma-2)}$，$\dfrac{1}{(\gamma-2)(\alpha-2)}$ を解とする 3 次方程式を求めよ．ただし，x^3 の係数は 1 とする．

解答

(1) $4x^4-8x^3+11x^2-8x+4=0$ $\cdots\cdots$①

① に $x=0$ を代入しても式は成り立たないので，① は $x=0$ を解に持たない．両辺を $x^2(\neq 0)$ で割ると，

$$\begin{aligned}
&4x^2-8x+11-\frac{8}{x}+\frac{4}{x^2}=0\\
\iff&4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-8\left(x+\frac{1}{x}\right)+11=0\\
\iff&4\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right\}-8\left(x+\frac{1}{x}\right)+11=0. \quad\cdots\cdots②
\end{aligned}$$

$x+\dfrac{1}{x}=t$ とおけば，② は $4(t^2-2)-8t+11=0$ となる．

$$4(t^2-2)-8t+11=0 \iff 4t^2-8t+3=0 \iff (2t-3)(2t-1)=0.$$

したがって，① の解は，

$$x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2} \text{ または } x+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$$

の解である．

$$x+\frac{1}{x}=\frac{3}{2} \iff 2x^2-3x+2=0 \iff x=\frac{3\pm\sqrt{7}i}{4}$$
$$x+\frac{1}{x}=\frac{1}{2} \iff 2x^2-x+2=0 \iff x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{4}$$

したがって ① の 4 つの解は，$x=\boldsymbol{\dfrac{3\pm\sqrt{7}i}{4}}$，$\boldsymbol{\dfrac{1\pm\sqrt{15}i}{4}}$．

【参考】

x^2 で割らずに，そのまま因数分解してもよい．

$$\begin{aligned}
&4x^4-8x^3+11x^2-8x+4=0\\
\iff&4(x^4+1)-8(x^3+x)+11x^2=0\\
\iff&4\{(x^2+1)^2-2x^2\}-8x(x^2+1)+11x^2=0\\
\iff&4(x^2+1)^2-8x(x^2+1)+3x^2=0\\
\iff&\{2(x^2+1)-3x\}\{2(x^2+1)-x\}=0\\
\iff&(2x^2-3x+2)(2x^2-x+2)=0
\end{aligned}$$

ゆえに，$2x^2-3x+2=0$ または $2x^2-x+2=0$ の解を求めればよい．

(2)　$f(x)=x^{2020}+x+1$ とおく．また，$x^2+x+1=0$ の解の 1 つを $x=\omega$ とおくと，

$$\omega^2+\omega+1=0,\quad \omega^3=1$$

を満たす．ここで，$f(\omega)$ の値を求めると，

$$\begin{aligned} f(\omega)&=\omega^{2020}+\omega+1\\ &=\left(\omega^3\right)^{673}\cdot\omega+\omega+1\\ &=2\omega+1\quad\cdots\cdots① \end{aligned}$$

また，x の整式 $f(x)$ を x^2+x+1 で割ったときの商を $Q(x)$，余りを $px+q$（p，q は実数）とおくと，

$$f(x)=(x^2+x+1)Q(x)+px+q.$$

ここで，$\omega^2+\omega+1=0$ を用いると，

$$f(\omega)=(\omega^2+\omega+1)Q(\omega)+p\omega+q=p\omega+q.\quad\cdots\cdots②$$

①，② より，

$$p\omega+q=2\omega+1\Longleftrightarrow(p-2)\omega=1-q.\quad\cdots\cdots③$$

$p\fallingdotseq 2$ と仮定すると，③ より $\omega=\dfrac{1-q}{p-2}$ となるが，ω は虚数（非実数）であり，p，q は実数なので，この等式は成り立たない．

したがって，$p=2$ であり，このとき ③ より $q=1$．したがって $f(x)$ を x^2+x+1 で割った余りは $\boldsymbol{2x+1}$.

(3)　3 次方程式 $x^3-x^2-x-1=0\quad\cdots\cdots①$ の 3 つの解が α，β，γ であるから，x についての恒等式

$$x^3-x^2-x-1=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\quad\cdots\cdots②$$

を得る．② に $x=2$ を代入すると，

$$\begin{aligned} &2^3-2^2-2-1=(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)\\ \Longleftrightarrow&(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)=1\quad\cdots\cdots③ \end{aligned}$$

① は $x=2$ を解に持たないので，$\alpha-2\fallingdotseq 0$，$\beta-2\fallingdotseq 0$，$\gamma-2\fallingdotseq 0$ であり，③ から

$$\frac{1}{(2-\alpha)(2-\beta)}=2-\gamma,\ \frac{1}{(2-\beta)(2-\gamma)}=2-\alpha,\ \frac{1}{(2-\gamma)(2-\alpha)}=2-\beta.$$

つまり，$x=2-\alpha,\ 2-\beta,\ 2-\gamma$ を解に持ち x^3 の係数が 1 であるような 3 次方程式を求めればよい．$\cdots(*)$

方程式 ① において，解と係数の関係から，

$$\alpha+\beta+\gamma=1,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-1,\ \alpha\beta\gamma=1.$$

また，求める 3 次方程式は，

$$\begin{aligned} &\{x-(2-\alpha)\}\{x-(2-\beta)\}\{x-(2-\gamma)\}=0\\ \Longleftrightarrow&x^3-\{(2-\alpha)+(2-\beta)+(2-\gamma)\}x^2\\ &\quad+\{(2-\alpha)(2-\beta)+(2-\beta)(2-\gamma)+(2-\gamma)(2-\alpha)\}x-(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)=0.\quad\cdots\cdots④ \end{aligned}$$

ここで,

$$
\begin{aligned}
(2-\alpha)+(2-\beta)+(2-\gamma) &= 6-(\alpha+\beta+\gamma)\\
&= 5\\
(2-\alpha)(2-\beta)+(2-\beta)(2-\gamma)+(2-\gamma)(2-\alpha) &= 12-4(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)\\
&= 12-4+(-1)\\
&= 7\\
(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma) &= 1
\end{aligned}
$$

であるから，④ より求める方程式は，$\boldsymbol{x^3-5x^2+7x-1=0}$.

$\boxed{(*)\text{ 以降の別解}}$

① が $x=\alpha,\ \beta,\ \gamma$ を解に持つとき，$X=2-\alpha,\ 2-\beta,\ 2-\gamma$ を解に持つ方程式を作る．このとき，$x=2-X$ を ① に代入すると

$$
\begin{aligned}
&(2-X)^3-(2-X)^2-(2-X)-1=0\\
\Longleftrightarrow\ &X^3-5X^2-7X-1=0.
\end{aligned}
$$

これは，$X=2-\alpha,\ 2-\beta,\ 2-\gamma$，すなわち，$\dfrac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)}$，$\dfrac{1}{(\beta-2)(\gamma-2)}$，$\dfrac{1}{(\gamma-2)(\alpha-2)}$ を解に持つ方程式である．したがって，求める方程式は $\boldsymbol{x^3-5x^2+7x-1=0}$.

$\boxed{3}$ 次の各問いに答えよ．ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ．

(1)　$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \dfrac{11}{16}$ $(90^\circ < \theta < 180^\circ)$ のとき，$\sin\theta$ および $\cos\theta$ の値を求めよ．

(2)　座標平面上に 2 点 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$，$\mathrm{B}(2,\ 0)$ がある．円 $(x-4)^2+(y-3)^2=4$ 上に点 P をとって，$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2$ を最小にするような点 P の座標を求めよ．

(3)　1 から 55 までの整数のどれか 1 つを同じ大きさのカードに書いて，1 を書いたカードに 1 枚，2 を書いたカードを 2 枚，以下同様に 55 を書いたカードを 55 枚作り，これらを箱に入れる．箱の中をよく混ぜてから 1 枚のカードを取り出し，それに書いてある数を X とする．

(3-1)　$X=28$ となる確率を求めよ．

(3-2)　X の期待値（平均値）を求めよ．

$\boxed{\text{解答}}$

(1)　与式により

$$(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)=\frac{11}{16}$$

$\sin\theta+\cos\theta=t$ とおくと，$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{t^2-1}{2}$ なので

$$\begin{aligned} t\left(1-\frac{t^2-1}{2}\right)=\frac{11}{16} &\iff 8t^2-24t+11=0 \\ &\iff (2t-1)(4t^2+2t-11)=0 \\ &\iff t=\frac{1}{2},\ \frac{-1\pm3\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

$t=\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+45^\circ)$，$90^\circ<\theta<180^\circ$ より，$-1<t<1$ なので，$t=\dfrac{1}{2}$．

したがって，$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$，$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$ となるので，$\sin\theta$，$\cos\theta$ は s の 2 次方程式

$$s^2-\frac{1}{2}s-\frac{3}{8}=0 \iff 8s^2-4s-3=0$$

の 2 つの実数解である．

よって，$s=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{4}$ より，$90^\circ<\theta<180^\circ$ と併せて $\sin\theta=\boldsymbol{\dfrac{1+\sqrt{7}}{4}}$，$\cos\theta=\boldsymbol{\dfrac{1-\sqrt{7}}{4}}$．

(2)　中線定理より

$$\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2(\overline{\mathrm{OA}}^2+\overline{\mathrm{OP}}^2)=2(4+\overline{\mathrm{OP}}^2).$$

したがって，$\overline{\mathrm{OP}}$ が最小値となる点 P の座標を考えればよい．

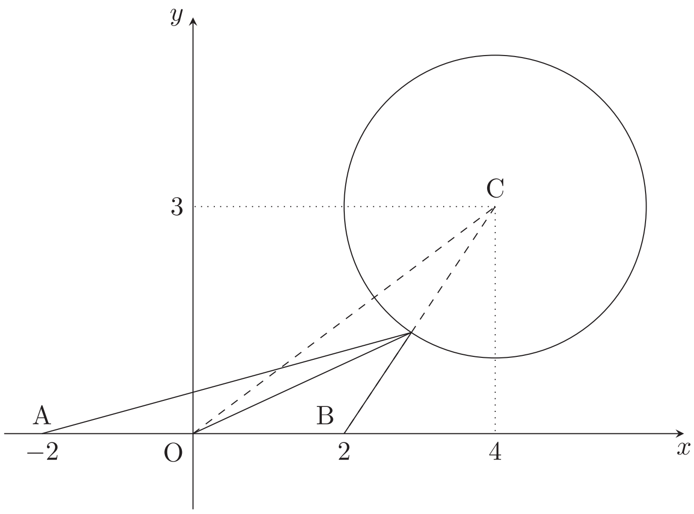
円の中心を C とすると

$$\overline{\mathrm{OP}} \geqq \overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{CP}}=5-2=3$$

となるので，$\overline{\mathrm{OP}}=3$，すなわち O，P，C がこの順に一直線上に並ぶとき，$\overline{\mathrm{OP}}$ は最小となる．

よって，このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\left(\frac{12}{5},\ \frac{9}{5}\right) \quad \therefore \mathrm{P}\left(\boldsymbol{\frac{12}{5}},\ \boldsymbol{\frac{9}{5}}\right).$$



【参考】

円上の点 P を $x = 4 + 2\cos\theta$, $y = 3 + 2\sin\theta$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ と媒介変数表示して，$\overline{\mathrm{AP}^2} + \overline{\mathrm{BP}^2}$ を θ の関数として扱ってもよい.

(3)

(3-1)　カードの枚数は全部で

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 55 = \frac{55(55+1)}{2}$$

枚であり，28 と書かれたカードは 28 枚あるので，求める確率 $P(X = 28)$ は,

$$P(X = 28) = \frac{28}{\dfrac{55(1+55)}{2}} = \boldsymbol{\frac{1}{55}}.$$

(3-2)　$X = k$ $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ 55)$ となる確率 $P(X = k)$ は,

$$\begin{aligned} P(X = k) &= \frac{k}{1 + 2 + \cdots + 55} \\ &= \frac{k}{\dfrac{55(1+55)}{2}} \\ &= \frac{k}{55 \cdot 28} \end{aligned}$$

よって，求める X の期待値 $E(X)$ は

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^{55} k \cdot P(X = k) \\ &= \sum_{k=1}^{55} k \cdot \frac{k}{55 \cdot 28} \\ &= \frac{1}{55 \cdot 28} \sum_{k=1}^{55} k^2 \\ &= \frac{1}{55 \cdot 28} \cdot \frac{55 \cdot 56 \cdot 111}{6} \\ &= \frac{111}{3} \\ &= \mathbf{37}. \end{aligned}$$

$\boxed{4}$ 次の各問いに答えよ．ただし，(1)，(2) は結果のみを解答欄に記入せよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 5x}{1-\cos x}$ を求めよ．

(2) 半径 3 の球に内接する直円柱の体積の最大値を求めよ．

(3) xy 平面上で $x \geqq 0$，$y \leqq 0$ のとき

$$\int_y^x (1-|t|)dt \geqq 0$$

を満たす点 $(x,\ y)$ の存在する部分を図示せよ．

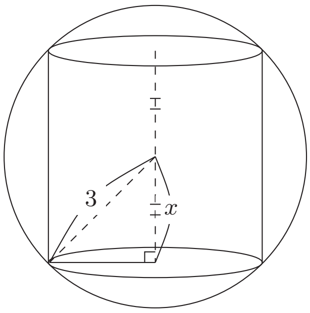
$\boxed{\text{解答}}$

(1)

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 5x}{1-\cos x} &= \lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\sin^2 5x}{x^2}}{\dfrac{1-\cos x}{x^2}}\\ &= \lim_{x\to 0}\frac{\left(\dfrac{\sin 5x}{5x}\right)^2\cdot 25}{\dfrac{1-\cos x}{x^2}}\\ &= \frac{1\cdot 25}{\dfrac{1}{2}}\\ &= \mathbf{50}.\end{aligned}$$

(2) 球の中心から直円柱の底面に下した垂線の長さを x $(0<x<3)$ とすると，底面の半径は，三平方の定理より

$$\sqrt{3^2-x^2}=\sqrt{9-x^2}.$$



したがって，直円柱の体積 $V(x)$ は

$$V(x)=\pi(9-x^2)\cdot 2x = 2\pi(9x-x^3)$$

$$V'(x)=2\pi(9-3x^2)=6\pi(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-x)$$

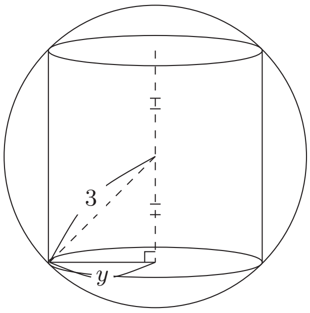
x	(0)		$\sqrt{3}$		(3)
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

よって，増減表より，求める最大値は $x=\sqrt{3}$ のときで $V(\sqrt{3})=\boldsymbol{12\sqrt{3}\pi}$.

$\boxed{\text{別解}}$

底面の半径を y $(0<y<3)$ とおくと，直円柱の高さは，三平方の定理より

$$2\sqrt{3^2-y^2}=2\sqrt{9-y^2}.$$



したがって，直円柱の体積 $W(y)$ は

$$W(y) = \pi y^2 \cdot 2\sqrt{9-y^2} = 2\pi\sqrt{9y^4 - y^6}.$$

$y^2 = t$ とおくと，$0 < t < 9$ であり $W(y) = 2\pi\sqrt{9t^2 - t^3}$.
$f(t) = 9t^2 - t^3$ とおくと

$$f'(t) = 18t - 3t^2 = 3t(6-t)$$

t	(0)		6		(9)
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

よって，増減表より，$f(t)$ の最大値は $t = 6$ のときであり，$W(y)$ の最大値は $y = \sqrt{6}$ のときで
$W(\sqrt{6}) = 2\pi\sqrt{f(6)} = \boldsymbol{12\sqrt{3}\pi}$.
【参考】

$$W(y) = 2\pi\sqrt{y^4(9-y^2)}$$

ここで，$y^2 > 0$，$9 - y^2 > 0$ であるから，相加平均と相乗平均の関係により

$$\frac{y^2 + y^2 + 2(9-y^2)}{3} \geqq \sqrt[3]{y^2 \cdot y^2 \cdot 2(9-y^2)}$$
$$\Longleftrightarrow y^4(9-y^2) \leqq \frac{6^3}{2} = 108$$

したがって，

$$W(y) \leqq 2\pi \cdot \sqrt{108} = 12\sqrt{3}\pi$$

等号が成り立つのは，

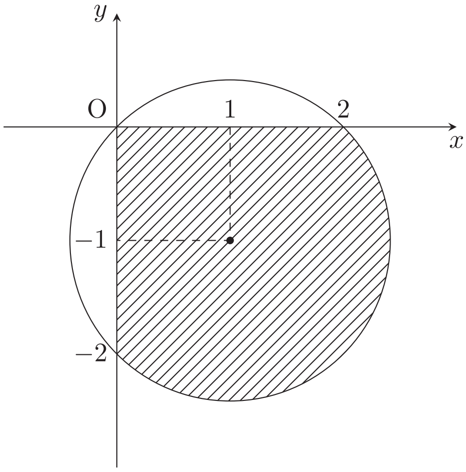
$$y^2 = 2(9-y^2) \Longleftrightarrow y^2 = 6$$

であるから，$y = \sqrt{6}$ のときに $W(y)$ の最大値は $\boldsymbol{12\sqrt{3}\pi}$.

(3)

$$\int_y^x (1-|t|)dt = \int_y^0 (1+t)dt + \int_0^x (1-t)dt$$
$$= \left[t + \frac{t^2}{2}\right]_y^0 + \left[t - \frac{t^2}{2}\right]_0^x$$
$$= -y - \frac{y^2}{2} + x - \frac{x^2}{2}.$$

よって $\displaystyle\int_y^x (1-|t|)dt \geqq 0$ のとき，$-y - \dfrac{y^2}{2} + x - \dfrac{x^2}{2} \geqq 0$ すなわち $(x-1)^2 + (y+1)^2 \leqq 2$ である．
よって，点 $(x,\ y)$ の存在する部分を図示すると，次図の斜線部分となる．ただし，境界を含む．



y
O
1
2
x
-1
-2

講評

$\boxed{1}$（標準）

(1) は空間の軌跡に関する典型問題であった．極力落としたくない．(2) は図形的な考察を適切にできるかが問われた内容であった．最低でも (2-1) をとっていきたい．

$\boxed{2}$（やや易）

いずれも典型問題であった．(3) がやや計算量が多くなるので，工夫して計算していきたいところである．

$\boxed{3}$（やや易）

いずれも典型問題であった．(2) は中線定理が利用できると計算量をぐっと減らせ，周りに差がつけられるだろう．様々な手法で解くことができる問題なので，解法の選択が重要な問題であったと言える．

$\boxed{4}$（やや易）

いずれも典型問題であった．丁寧に計算を進め，できればどれも落としたくない．

いずれも典型問題であり，点差がつく良い出題であった．他の科目にもよるが，ボーダーは 65 %前後であろう．