ズバリ的中

2021年度 慶應義塾大学 医学部 入試問題

2021年2月19日実施

模擬試験で出題したカテナリー(懸垂線)に関する問題が出題されました。
特有の計算法を経験したかどうかで、大きな差になったでしょう。

実際の入試問題

曲線 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(x>0)$ を C で表す。点 $\mathrm{Q}(X,\ Y)$ を中心とする半径 r の円が曲線 C と，点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{e^t+e^{-t}}{2}\right)$ (ただし $t>0$) において共通の接線をもち，さらに $X<t$ であるとする。このとき X および Y を t の式で表すと

$$X=\boxed{\text{（あ）}},\quad Y=\boxed{\text{（い）}}$$

となる。t の関数 $X(t)$，$Y(t)$ を $X(t)=\boxed{\text{（あ）}}$，$Y(t)=\boxed{\text{（い）}}$ により定義する。すべての $t>0$ に対して $X(t)>0$ となるための条件は，r が不等式 $\boxed{\text{（う）}}$ を満たすことである。$\boxed{\text{（う）}}$ が成り立たないとき，関数 $Y(t)$ は $t=\boxed{\text{（え）}}$ において最小値 $\boxed{\text{（お）}}$ をとる。また $\boxed{\text{（う）}}$ が成り立つとき，Y を X の関数と考えて，$\left(\dfrac{dY}{dX}\right)^2+1$ を Y の式で表すと $\left(\dfrac{dY}{dX}\right)^2+1=\boxed{\text{（か）}}$ となる。

YMSの模試から
入試問題が
ズバリ的中！

9月実施模試 第1問

$f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ (e は自然対数の底) するとき，$\{f(x)\}^2-\{f'(x)\}^2=\boxed{\text{ア}}$ が成り立つ。
$t\geqq 0$ とする。曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(0,\ f(0))$ と点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$ の間の曲線の長さ L は

$$L=\int_0^t\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx=\frac{e^t-e^{-t}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

点 P における曲線 C の接線上に点 $\mathrm{Q}(X,\ Y)$ を線分 PQ の長さが L に等しくなるようにとる。ただし，$X\leqq t$ とする。このとき，X および Y を t で表したものを $X=g(t)$，$Y=h(t)$ とおくと，

$$h(t)=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{e^t+e^{-t}}$$

である。t が $0\leqq t\leqq\log\sqrt{3}$ の範囲を変化するとき，点 Q の描く曲線の長さは

$$\int_0^{\log\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{dX}{dt}\right)^2+\left(\frac{dY}{dt}\right)^2}\,dt=\log\boxed{\text{エ}}-\frac{\log\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

次に，tY 平面上の曲線 $D: Y=h(t)$ $(t\geqq 0)$ について考える。曲線 D と t 軸，Y 軸および直線 $t=\log\sqrt{3}$ で囲まれた領域を E とする。このとき，領域 E の面積は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，領域 E を t 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

医学部専門予備校 YMS
heart of medicine