

## 日本大学医学部 数学

2021年 2月8日実施

[ 1 ]

以下の問いに答えなさい。

- (1) 関数  $y = 2(\log_{16} x)^2 - \log_{16} x - 2$  は  $x = \boxed{1}$  のとき最小値  $-\frac{\boxed{2}\boxed{3}}{\boxed{4}}$  をとる。
- (2) 赤玉が3個、白玉が2個、青玉が5個の合計10個の玉が入った袋から同時に2個の玉をとり出す試行を1回だけ行う場合を考える。2個とも青玉である確率は  $\frac{5}{6}$  である。また、赤玉1個につき100円、白玉1個につき10円、青玉1個につき50円の賞金がもらえるとすると、同時に2個とり出した場合にもらえる賞金の期待値は  $\boxed{7}\boxed{8}\boxed{9}$  円である。
- (3)  $a, b$  を実数とする。つぎの命題の真偽を順に並べた選択肢のうち正しいものは  $\boxed{10}$  である。  
 (A) 「 $a, b$  が無理数ならば、 $a^2 - b^2$  は無理数である。」  
 (B) 「 $a, b$  が無理数ならば、 $a + b$  と  $ab$  の少なくとも一方は無理数である。」  
 (C) 「 $a$  が有理数、 $b$  が無理数ならば、 $ab$  は無理数である。」

<解答欄>

- ① (A) 真 (B) 真 (C) 真    ② (A) 真 (B) 偽 (C) 真    ③ (A) 真 (B) 偽 (C) 偽  
 ④ (A) 真 (B) 真 (C) 偽    ⑤ (A) 偽 (B) 真 (C) 真    ⑥ (A) 偽 (B) 真 (C) 偽  
 ⑦ (A) 偽 (B) 偽 (C) 真    ⑧ (A) 偽 (B) 偽 (C) 偽

- (4) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 3, BC = 3, CD = 4, DA = 5$  を満たしている。このとき、 $BD = \sqrt{\boxed{11}\boxed{12}}$  であり、四角形 ABCD の面積は  $\frac{\boxed{13}}{\boxed{14}}\sqrt{\boxed{15}\boxed{16}}$  である。

**解答**

- (1)  $\log_{16} x = X$  ( $X$  は任意の実数) とおくと、

$$\begin{aligned}
 y &= 2X^2 - X - 2 \\
 &= 2\left(X - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{17}{8}
 \end{aligned}$$

よって、 $X = \frac{1}{4} \iff x = 2$  のとき最小値  $-\frac{17}{8}$

- (2) 玉のとり出し方は  ${}_{10}C_2$  通りで同様に確からしい。

同時に青玉2個をとり出すとり出し方は  ${}_5C_2$  通りであるので、求める確率は  $\frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{2}{9}$

また、玉を1個とり出した場合にもらえる賞金の期待値は  $\frac{3}{10} \times 100 + \frac{2}{10} \times 10 + \frac{5}{10} \times 50 = 57$  (円) であ

るので、同時に玉を 2 個とり出した場合のそれは  $57 \times 2 = 114$  (円) である。

(3) ⑧

(A) 偽 (反例:  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = \sqrt{3}$ )

(B) 偽 (反例:  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = -\sqrt{2}$ )

(C) 偽 (反例:  $a = 0$ ,  $b = \sqrt{2}$ )

(4)  $\angle BAD = \theta$  とおくと、 $\angle BCD = \pi - \theta$  であり、このとき、 $\triangle BAD$ 、および  $\triangle BCD$  において余弦定理より

$$\cos \theta = \frac{3^2 + 5^2 - BD^2}{2 \cdot 3 \cdot 5}, \quad \cos(\pi - \theta) = \frac{3^2 + 4^2 - BD^2}{2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$  より

$$\frac{3^2 + 5^2 - BD^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{3^2 + 4^2 - BD^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} \iff BD = \sqrt{29}$$

したがって、 $\cos \theta = \frac{1}{6}$  より、四角形 ABCD の面積は

四角形 ABCD = 三角形 ABD + 三角形 BCD

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \sin \theta + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \sin(\pi - \theta) \\ &= \frac{27}{2} \sin \theta \quad (\because \sin(\pi - \theta) = \sin \theta) \\ &= \frac{27}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \frac{9\sqrt{35}}{4} \end{aligned}$$

[ 2 ]

以下の問いに答えなさい。

(1) 数列  $\{a_n\}$  をつぎで定めるとする。

$$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{6a_n + 5} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

$a_n$  の一般項を求めると  $a_n = \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}^n - \boxed{19}}$  である。

(2) 関数  $y = 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x$ , ( $0 \leq x \leq \pi$ ), は  $x = \frac{\boxed{20}}{\boxed{21}}\pi$  のとき最小値  $\boxed{22} - \boxed{23}\sqrt{\boxed{24}}$  をとる。

(3) 原点  $O$  の座標平面上において、原点以外の異なる 2 点  $A(\vec{a})$  と  $B(\vec{b})$  をとる。さらに点  $C(\vec{c})$  を線分  $AB$  が線分  $OC$  の垂直 2 等分線になるように選ぶ。

このとき、 $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$  ならば、

$$\vec{c} = \frac{\boxed{25}}{\boxed{27}} \frac{\boxed{26}}{\boxed{28}} \vec{a} + \frac{\boxed{29}}{\boxed{31}} \frac{\boxed{30}}{\boxed{32}} \vec{b}$$

である。

(4) 関数  $y = \sqrt{2x+3}$  のグラフと関数  $y = \frac{1}{3}x + 1$  のグラフの共有点の個数は  $\boxed{33}$  であり、共有点の座標のうち、 $x$  座標が負の座標は  $\left( \boxed{34} - \boxed{35}\sqrt{\boxed{36}}, \boxed{37} - \sqrt{\boxed{38}} \right)$  である。

**解答**

(1)  $\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{6a_n + 5} \end{cases}$  より、帰納的に  $a_n > 0$  であるから、

$$\frac{1}{a_{n+1}} = 5 \cdot \frac{1}{a_n} + 6$$

$\frac{1}{a_n} = b_n$  とおくと、

$$b_{n+1} = 5b_n + 6 \iff b_{n+1} + \frac{3}{2} = 5 \left( b_n + \frac{3}{2} \right)$$

数列  $\left\{ b_n + \frac{3}{2} \right\}$  は初項  $b_1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{a_1} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ , 公比 5 の等比数列であるから、

$$b_n + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \cdot 5^{n-1} \iff b_n = \frac{5^n - 3}{2} \iff a_n = \frac{2}{5^n - 3}$$

(2) 与式は

$$y = 4 \cdot \frac{\sin 2x}{2} + 4 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2\sqrt{2} \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + 2$$

と変形でき、 $0 \leq x \leq \pi$  より  $\frac{\pi}{4} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{9}{4}\pi$  であるから、 $y$  は  $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi \iff x = \frac{5}{8}\pi$  のとき最小値  $2\sqrt{2} \cdot (-1) + 2 = 2 - 2\sqrt{2}$  をとる。

(3) 線分 AB と線分 OC の交点を H とする。

このとき、 $\overrightarrow{OH} = (1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$  ( $t$  は実数) とおけるので、 $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$  より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} &= 0 \\ \iff \{(1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}\} \cdot (\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}) &= 0 \\ \iff -(1-t)|\overrightarrow{a}|^2 + t|\overrightarrow{b}|^2 &= 0 \quad (\because \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b} \text{ より, } \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0) \\ \iff t &= \frac{9}{25} \end{aligned}$$

よって

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{OH} = \frac{32}{25}\overrightarrow{a} + \frac{18}{25}\overrightarrow{b}$$

(4) 2 式を連立して

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+3} &= \frac{1}{3}x + 1 \\ \iff 2x+3 &= \left(\frac{1}{3}x + 1\right)^2, \text{ かつ } 2x+3 \geq 0, \text{ かつ } \frac{1}{3}x + 1 \geq 0 \\ \iff x^2 - 12x - 18 &= 0, \text{ かつ } x \geq -\frac{3}{2} \\ \iff x &= 6 \pm 3\sqrt{6} \quad (x \geq -\frac{3}{2} \text{ を満たす}) \end{aligned}$$

したがって、 $y = \sqrt{2x+3}$  と  $y = \frac{1}{3}x + 1$  の共有点の個数は 2 個であり、共有点のうち、 $x$  座標が負の座標は

$$\left(6 - 3\sqrt{6}, \frac{1}{3}(6 - 3\sqrt{6}) + 1\right) \quad \therefore (6 - 3\sqrt{6}, 3 - \sqrt{6})$$

[ 3 ]

関数  $f(x) = x \sin x + \cos x - 1$  について以下の問いに答えなさい。

- (1)  $0 \leq x \leq 2\pi$  において、関数  $f(x)$  は  $x = \frac{\pi}{39}$  のとき最大値  $\frac{\pi - \frac{40}{41}}{41}$  をとり、 $x = \frac{42}{43}\pi$  のとき最小値  $-\frac{\frac{44}{46}\pi + \frac{45}{46}}{46}$  をとる。

原点  $O$  の座標平面上に  $y = f(x)$  のグラフを考える。

- (2)  $y = f(x)$  が最大値をとる点を  $A$ 、最小値をとる点を  $B$  で表すとき、三角形  $AOB$  の面積を求めると

$$\frac{47}{48}\pi^2 - \frac{\pi}{49}$$

- (3)  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  において  $f(x) = 0$  となる  $x$  を  $\alpha$  で表すとき、

$$\sin \alpha = \frac{\frac{50}{51}\alpha}{\alpha^2 + \frac{51}{54}}, \quad \cos \alpha = -\frac{52}{\alpha^2 + \frac{53}{54}}$$

と表せる。このとき、曲線の一部  $y = f(x)$ ,  $(0 \leq x \leq \alpha)$  と  $x$  軸で囲まれる部分の面積は  $\frac{55}{\alpha^2 + 56}\alpha$  である。

**解答**

- (1)  $f'(x) = x \cos x$  より、 $0 \leq x \leq 2\pi$  における増減は次のようになる。

$x$	0	...	$\frac{\pi}{2}$	...	$\frac{3}{2}\pi$	...	$2\pi$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	$\frac{\pi-2}{2}$	↘	$-\frac{3\pi+2}{2}$	↗	0

よって

$$\begin{cases} \text{最大値} & : & \frac{\pi-2}{2} & \left(x = \frac{\pi}{2}\right) \\ \text{最小値} & : & -\frac{3\pi+2}{2} & \left(x = \frac{3}{2}\pi\right) \end{cases}$$

- (2)  $\vec{OA} = (x_1, y_1)$ ,  $\vec{OB} = (x_2, y_2)$  とすると、求める面積は  $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$  であるから

$$\frac{1}{2} \left| \frac{\pi}{2} \cdot \left(-\frac{3\pi+2}{2}\right) - \frac{3}{2}\pi \cdot \frac{\pi-2}{2} \right| = \left| -\left(\frac{3}{4}\pi^2 - \frac{\pi}{2}\right) \right| = \frac{3}{4}\pi^2 - \frac{\pi}{2}$$

- (3)  $f(\alpha) = 0$   $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$  より

$$\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1 = 0 \iff \cos \alpha = 1 - \alpha \sin \alpha \quad \text{.....①}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  に代入して

$$\sin^2 \alpha + (1 - \alpha \sin \alpha)^2 = 1 \iff \sin \alpha = \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} \quad \text{.....②}$$

$$\textcircled{1}\text{より, } \cos \alpha = 1 - \alpha \cdot \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} = -1 + \frac{2}{1 + \alpha^2} \dots\dots\textcircled{3}$$

ここで, (1) の増減表と併せて,  $0 \leq x \leq \alpha$  において  $f(x) \geq 0$  であるので, 求める面積は

$$\begin{aligned} \int_0^\alpha (x \sin x + \cos x - 1) dx &= \left[ -x \cos x + 2 \sin x - x \right]_0^\alpha \\ &= -\alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha - \alpha \\ &= -\alpha \left( -1 + \frac{2}{1 + \alpha^2} \right) + 2 \cdot \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} - \alpha \quad (\because \textcircled{2}\textcircled{3}) \\ &= \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} \end{aligned}$$

[ 4 ]

関数  $f(x) = -x^2(x - 3)$  について、曲線  $y = f(x)$  上の点  $A(\alpha, f(\alpha))$  における  $y = f(x)$  の接線を  $\ell$  とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 曲線  $y = f(x)$  の極大値を与える  $x$  の値および極大値を求めなさい。

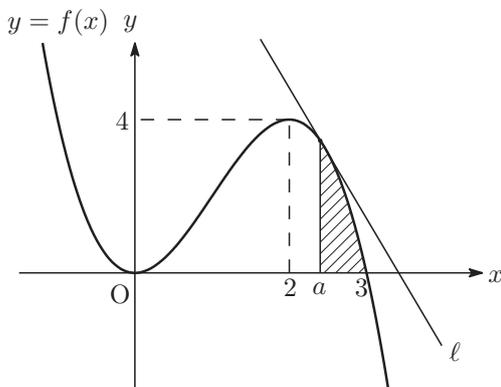
(1) の  $x$  の値を  $x_0$  で表すとし、以下、 $x_0 < a < 3$  の場合を考える。

(2) 曲線の一部  $y = f(x)$ , ( $a \leq x \leq 3$ ), 直線  $x = a$  および  $x$  軸で囲まれる部分の面積を求めなさい。

(2) で求めた面積を  $S(a)$  で表す。

(3)  $S(a)$  が  $4(a - 3)^2$  と等しくなるときの  $a$  の値を求めなさい。また、この  $a$  の値に対して直線  $\ell$  が  $x$  軸と交わる点の  $x$  座標を求めなさい。

**解答**



(1)  $f(x) = -x^3 + 3x^2$   
 $f'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x - 2)$

$x$	...	0	...	2	...	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	
$f(x)$		↘	0	↗	4	↘

よって、極大値 **4** ( $x = 2$  のとき)

(2) 
$$\int_a^3 f(x) dx = \left[ -\frac{x^4}{4} + x^3 \right]_a^3$$

$$= \frac{a^4}{4} - a^3 + \frac{27}{4} (= S(a))$$

(3)  $S(a) = 4(a - 3)^2$   
 $\frac{a^4}{4} - a^3 + \frac{27}{4} = 4(a - 3)^2$   
 $a^4 - 4a^3 + 27 = 16(a - 3)^2$   
 $(a - 3)(a^3 - a^2 - 3a - 9) = 16(a - 3)^2$   
 $(a - 3)^2(a^2 + 2a + 3) = 16(a - 3)^2$   
 $a^2 + 2a + 3 = 16 \quad (\because 2 < a < 3)$

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2a - 13 &= 0 \\
 a &= -1 \pm \sqrt{14} \\
 \therefore a &= -1 + \sqrt{14} \quad (\because 2 < a < 3)
 \end{aligned}$$

接線  $l$  の方程式は

$$y = (-3a^2 + 6a)(x - a) - a^3 + 3a^2$$

であるから、 $x$  軸との交点の  $x$  座標は

$$\begin{aligned}
 0 &= (-3a^2 + 6a)(x - a) - a^3 + 3a^2 \\
 \therefore x &= a + \frac{a^3 - 3a^2}{-3a^2 + 6a} = a + \frac{a^2 - 3a}{-3a + 6} = \frac{-2a^2 + 3a}{-3a + 6}
 \end{aligned}$$

であるから、 $a = -1 + \sqrt{14}$  を代入して

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-2(-1 + \sqrt{14})^2 + 3(-1 + \sqrt{14})}{-3(-1 + \sqrt{14}) + 6} \\
 &= \frac{-33 + 7\sqrt{14}}{9 - 3\sqrt{14}} \\
 &= \frac{12\sqrt{14} + 1}{15}
 \end{aligned}$$

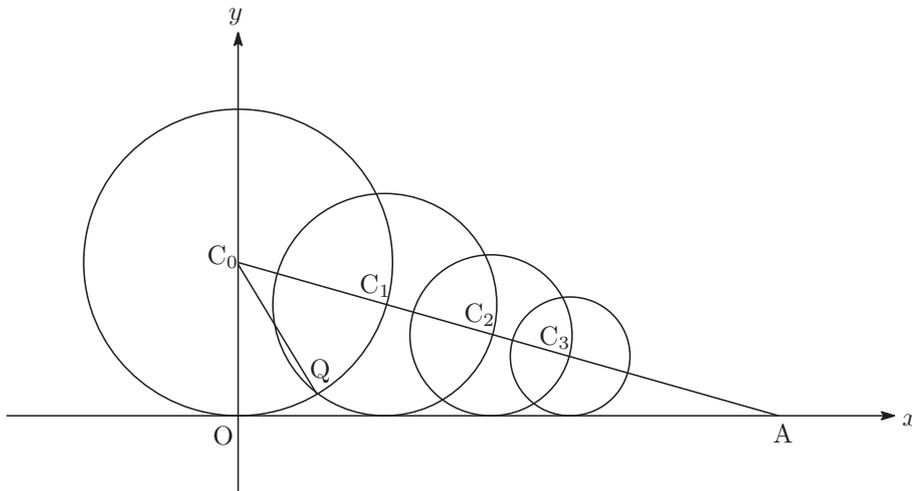
[ 5 ]

$xy$  平面において、点  $C_0(0, 1)$  を中心とし半径 1 の円と点  $A(\alpha, 0)$  がある。ただし、 $\alpha > 4$  とする。 $C_0$  と  $A$  を線で結び、円  $C_0$  との交点のうち  $x$  座標が大きい方を  $C_1$  とする。つぎに、 $C_1$  を中心とし  $x$  軸に接する円を描き、これを円  $C_1$  とする。線分  $C_0A$  と円  $C_1$  との交点のうち  $x$  座標が大きい方を  $C_2$  とし、 $C_2$  を中心とし  $x$  軸に接する円を描き、これを円  $C_2$  とする。以下同様にして、点  $C_3, C_4, \dots$  をとり、 $x$  軸に接する円  $C_3, C_4, \dots$  を描いていく。点  $C_n$  を中心とする円の半径を  $r_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) で表す。ただし、 $r_0 = 1$  である。円  $C_0$  と円  $C_1$  の交点のうち  $y$  座標が小さい方を  $Q$  とする。いま  $\angle QC_0C_1 = \frac{\pi}{4}$  であるとして、以下の問いに答えなさい。

(1)  $r_1^2$  を求めなさい。

(2)  $\sum_{n=0}^{\infty} \pi r_n^2$  を求めなさい。

(3)  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  に対して、円  $C_n$  の周および内部と円  $C_{n+1}$  の周および内部の共通部分の面積を  $E_n$  で表すとき、 $\sum_{n=0}^{\infty} E_n$  を求めなさい。



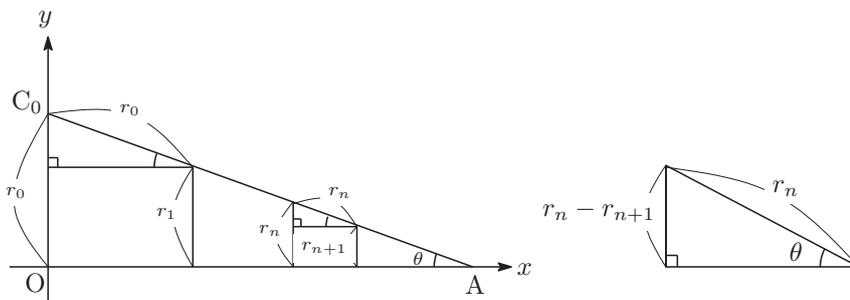
**解答**

(1)  $\triangle C_0QC_1$  において余弦定理より

$$r_1^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$r_1^2 = 2 - \sqrt{2}$$

(2)



$\angle C_0AO = \theta$  とすると、上図より

$$\frac{r_n - r_{n+1}}{r_n} = \sin \theta \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = 1 - \sin \theta \dots\dots \textcircled{1}$$

$$r_{n+1}^2 = (1 - \sin \theta)^2 r_n^2 \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

が成り立つから、数列  $\{r_n^2\}$  は初項  $r_0^2 = 1$  の等比数列である。

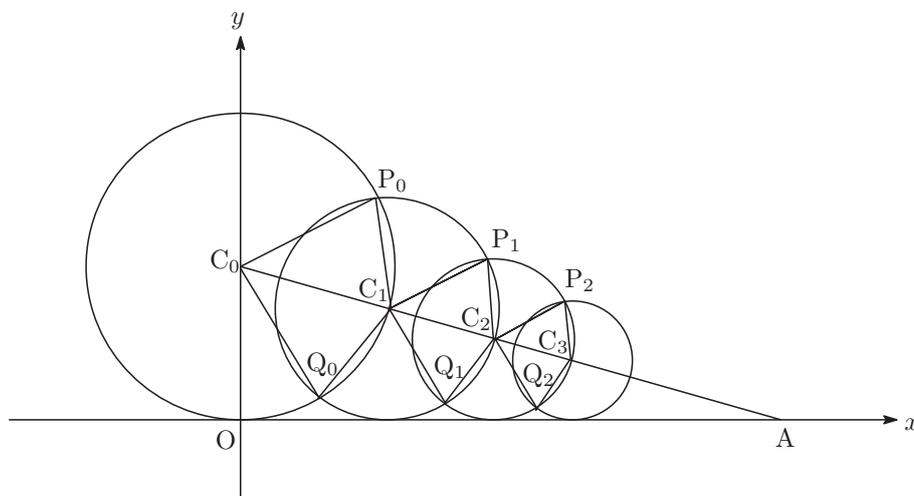
さらに (1) より  $r_1^2 = (2 - \sqrt{2})r_0^2$  だから、公比は  $(2 - \sqrt{2})$  である。

したがって  $\sum_{n=0}^{\infty} \pi r_n^2$  は、初項  $\pi$ 、公比  $(2 - \sqrt{2})$  の無限等比級数であるから

$$\sum_{n=0}^{\infty} \pi r_n^2 = \frac{\pi}{1 - (2 - \sqrt{2})} \quad (\because -1 < 2 - \sqrt{2} < 1)$$

$$= (\sqrt{2} + 1)\pi$$

(3) 円  $C_n$  と円  $C_{n+1}$  の交点を  $y$  座標の大きいものから順に  $P_n, Q_n$  とする。



① より、

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = 1 - \sin \theta (= \text{一定}) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

が成り立つので、二等辺三角形  $C_n Q_n C_{n+1}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) はすべて相似であり、

$\angle Q_n C_n C_{n+1} = \frac{\pi}{4}$  である。さらに、直線  $AC_0$  に関する対称性も併せれば

$$\angle P_n C_n Q_n = \frac{\pi}{2}, \quad \angle P_n C_{n+1} Q_n = \frac{3}{4}\pi,$$

である。

$$\begin{aligned}
 E_n &= \text{Area of } C_n \cup C_{n+1} \\
 &= \text{Area of } C_n - \text{Area of } \triangle C_n Q_n P_n + \text{Area of } C_{n+1} - \text{Area of } \triangle C_{n+1} Q_n P_n \\
 &= \frac{1}{2} r_n^2 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} r_n^2 + \frac{1}{2} r_{n+1}^2 \cdot \frac{3}{4} \pi - \frac{1}{2} r_{n+1}^2 \sin \frac{3}{4} \pi \\
 &= \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) r_n^2 + \left( \frac{3}{8} \pi - \frac{\sqrt{2}}{4} \right) r_{n+1}^2
 \end{aligned}$$

ここで、(2) の計算より

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} r_n^2 = \sqrt{2} + 1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} r_{n+1}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} r_n^2 - r_0^2 = (\sqrt{2} + 1) - 1 = \sqrt{2} \end{cases}$$

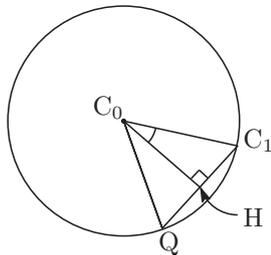
であるから、

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{\infty} E_n &= \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} r_n^2 + \left( \frac{3}{8} \pi - \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \sum_{n=0}^{\infty} r_{n+1}^2 \\
 &= \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) (\sqrt{2} + 1) + \left( \frac{3}{8} \pi - \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \sqrt{2} \\
 &= \frac{(5\sqrt{2} + 2)\pi - 4\sqrt{2} - 8}{8}
 \end{aligned}$$

**別解**

(1) 点  $C_0$  から  $C_1Q$  に下ろした垂線の足を  $H$  とすると、

$H$  は  $C_1Q$  の中点であり、 $\angle C_1C_0H = \frac{1}{2} \angle QC_0C_1 = \frac{\pi}{8}$  である。



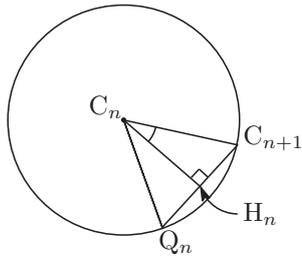
直角三角形  $C_0HC_1$  に着目して

$$\begin{aligned}
 \frac{C_1H}{C_0C_1} &= \sin \angle C_1C_0H \\
 \frac{\frac{r_1}{2}}{1} &= \sin \frac{\pi}{8} \quad \therefore r_1 = 2 \sin \frac{\pi}{8}
 \end{aligned}$$

であるから、

$$r_1^2 = 4 \sin^2 \frac{\pi}{8} = 4 \cdot \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} = 2 - \sqrt{2} \dots\dots \textcircled{2}$$

(2)



解答と同様に，二等辺三角形  $C_n Q_n C_{n+1}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) はすべて相似であるから， $C_n$  から  $C_{n+1} Q_n$  へ引いた垂線の足を  $H_n$  として

$$\begin{aligned} \frac{C_{n+1} H_n}{C_n C_{n+1}} &= \sin \angle C_{n+1} C_n H_n \\ \frac{\frac{r_{n+1}}{2}}{r_n} &= \sin \frac{\pi}{8} \\ r_{n+1}^2 &= \left(4 \sin^2 \frac{\pi}{8}\right) r_n^2 \\ \therefore r_{n+1}^2 &= (2 - \sqrt{2}) r_n^2 \quad (\because \textcircled{2}) \end{aligned}$$

以下，解答と同じ。

講評

[ 1 ] [小問集合] ((1) 易 (2) やや易 (3) 易 (4) 易 )

(1) は2次関数の最小値, (2) は組み合わせの確率および期待値, (3) は命題の審議, (4) は内接四角形の対角線の長さ, 面積の問題である。どれも基本的な問題であるが, (2) の期待値の出題に戸惑った受験生も多かったかもしれない。

[ 2 ] [小問集合] ((1) 易 (2) やや易 (3) やや易 (4) やや易 )

(1) は分数型の漸化式, (2) は半角公式利用の三角関数の最小値, (3) は法線ベクトル, (4) は無理関数の共有点に関する問題である。[ 1 ] と同じくどれも基本的な問題で, ここでの失点は痛い。

[ 3 ] [微分法] (標準)

(3) は一般角が求まらない典型問題である。受験生であれば何度も経験のある問題であり, 取り組みやすかったのではないだろうか。完答を目指したい。

[ 4 ] [数Ⅱ微分法] (標準)

(3) で問題の意味を理解し, 計算を工夫する必要がある。やや計算量が多いものの, 問題としては平易なので, 計算ミスなく進めたい。

[ 5 ] [極限(数列)] (やや難)

(3) の計算量もそこそこ多く, 最後までたどり着くのは難しい。(2)(3) は漸化式は立っても論証不十分の答案も多いのではないだろうか。(2) まで答えを出せていれば十分だろう。

昨年度よりも計算量がやや増し, 全体的に計算力を問う問題であったと言える。難易度としては大きく変わらなかった。目標は75%。

**メルマガ無料登録で全教科配信!** 本解答速報の内容に関するお問合せは… YMS ☎03-3370-0410 まで

医学部進学予備校  
**メビオ**  
受付 9~21時 (土日祝可・携帯からOK)  
大阪市中央区石町 2-3-12  
ベルヴォア天満橋  
<https://www.mebio.co.jp/>

医学部専門予備校  
**YMS**  
heart of medicine  
受付 8~20時 (土日祝可)  
東京都渋谷区代々木  
1-37-14  
<https://yms.ne.jp/>

医学部専門予備校  
**英進館メビオ**  
福岡校  
受付 8~20時 (土日祝可)  
福岡市中央区渡辺通 4-8-20  
英進館 天神本館新2号館2階  
<https://www.mebio-eishinkan.com/>