YMS 2017年度 解答速報　近畿大学 医学部 後期　数学

解答速報はYMS WEBにも掲載しています！ http://www.yms.ne.jp/

1

△ABCは，AB＝AC＝x，BC＝2の二等辺三角形である．△ABCの外接円の半径をR，内接円の半径をrとする．

(1)　xのとりうる値の範囲を求めよ．

(2)　$\cos A+\cos B+\cos C$ の最大値とそのときのxの値を求めよ．

(3)　$\dfrac{r}{R}$ の最大値とそのときのxの値を求めよ．

(1)　$x>1$

(2)　$x=2$ のとき最大値 $\dfrac{3}{2}$

(3)　$x=2$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}$

2

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める．

・ $a_1=0$

・ $n\geqq 2$ のとき，a_n は x の3次方程式 $x^3-3x^2-a_{n-1}{}^2+a_{n-1}+4=0$ の異なる実数解の個数とする．

(1)　a_2 を求めよ．

(2)　a_3 を求めよ．

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{1000} a_k$ を求めよ．

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{1000} ka_k$ を求めよ．

(5)　積 $a_2\times a_3\times a_4\times\cdots\times a_{1000}$ の桁数を求めよ．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

(1)　$a_2=2$

(2)　$a_3=3$

(3)　1998

(4)　1000665

(5)　260 桁

3

a，b を実数とし，$a>0$ とする．曲線 $y=x^3+3ax^2+3a^2x$ を C とし，点A $(a,\ b)$ とする．

(1)　点Aを通り，曲線Cに接する直線の本数を求めよ．

(2)　$b<0$ とする．(1)の直線がちょうど2本であるとき，接線をそれぞれ l_1，l_2 とする．l_1 と l_2 の方程式を求めよ．ただし l_1 の傾きは l_2 の傾きより小さいとする．

(3)　曲線Cとその接線 l_1，l_2 とで囲まれる部分のうち，面積が小さいほうの面積を求めよ．

(1)　$y=f(x)$ とおく。$f'(x)=3x^2+6ax+3a^2$ だから，C 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線は

$$y=f'(t)(x-t)+f(t)=(3t^2+6at+3a^2)x-2t^3-3at^2 \cdots\cdots ①$$

これが点Aを通るとき

$$b=(3t^2+6at+3a^2)a-2t^3-3at^2=-2t^3+6a^2t+3a^2=g(t)$$

として

$$g'(t)=-6t^2+6a^2=-6(t+a)(t-a)$$

より増減表は下図。

t	$\cdots$	$-a$	$\cdots$	a	$\cdots$
$g'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(t)$	↘	$-a^3$	↗	$7a^3$	↘

$b=g(t)$ の交点の個数が，接線の本数と一致するので

$b<-a^3$，$7a^3<b$ のとき1本，$b=-a^3$，$7a^3$ のとき2本，

$-a^3<b<7a^3$ のとき3本

(2)　題意より $b=-a^3$ のときである。このとき $b=g(t)$ を解くと

$$-a^3=-2t^3+6a^2t+3a^3$$

$$2t^3-6a^2t-4a^3=0$$

$$2(t+a)^2(t-2a)=0 \qquad \therefore\ t=-a,\ 2a$$

①に $t=-a$，$2a$ を代入すると，求める答えは順に

$$l_1:\ y=-a^3,\quad l_2:\ y=27a^2x-28a^3$$

(3)　求める面積は

$$\int_{-a}^{a}\{f(x)-l_1\}dx+\int_{a}^{2a}\{f(x)-l_2\}dx$$

$$=\int_{-a}^{a}(x^3+3ax^2+3a^2x+a^3)dx+\int_{a}^{2a}(x^3+3ax^2+3a^2x-27a^2x+28a^3)dx$$

$$=\int_{-a}^{a}(x+a)^3dx+\int_{a}^{2a}\{(x+a)^3-27a^2x+27a^3\}dx$$

$$=\int_{-a}^{2a}(x+a)^3dx+27a^2\int_{a}^{2a}(-x+a)dx$$

$$=\left[\frac{(x+a)^4}{4}\right]_{-a}^{2a}+27a^2\left[-\frac{1}{2}x^2+ax\right]_{a}^{2a}$$

$$=\frac{81}{4}a^4+27a^2\left(-\frac{1}{2}a^2\right)$$

$$=\frac{27}{4}a^4$$

講評

1　基本問題である。確実に取りたい。また、(2)(3)はそれぞれ、最大になるときが、正三角形であることに気付けば、計算は要らない。

2　周期性に気付く問題。(4)の計算の煩雑さを乗り切れることができるかがポイントになるだろう。

なお、この問題の類題はYMSの前期テキスト（数Ⅱ B 11-6C）で扱っている。

大的中!!

11−6C

数列 $\{a_n\}$ は漸化式　$a_n-a_{n+1}+a_{n+2}=0$　($n\geqq 1$) を満たし，$a_1=1$，$a_2=4$である．

(1)　a_4　を求めよ．

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{94} a_k$ を求めよ．

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{94} ka_k$ を求めよ．

YMSの前期テキスト（数Ⅱ B 11-6C）より

3　３次関数の接線に関する基本問題だが、計算が煩雑になるので、意外に点数を取ることが難しいのではないか。(3)は三次関数の平行移動に気付かないと、計算は大変になる。

方針が簡単な問題ばかりなので、計算ミスをしないことがポイントとなる。80%が1次合格ラインか。